GUIA DO PROFESSOR

Caro professor, caso tenha algum questionamento de qualquer natureza, não hesite em nos contactar pelo e-mail:

conteudosdigitais@im.uff.br

DESCRIÇÃO

Nesta atividade apresentamos um software interativo que permite visualizar e estudar superfícies e sólidos de revolução, os quais podem ser construídos de duas maneiras: (1) através de funções reais que descrevem a geratriz (o que favorece a integração entre geometria e álgebra) e (2) modificando-se interativamente um caminho poligonal. São apresentados dois métodos para se aproximar o volume de um sólido de revolução: o método dos discos e o método dos troncos de cone.

OBJETIVOS

Oferecer um ambiente interativo no qual o aluno pode: (1) exercitar visualização espacial, (2) usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, (3) interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, (4) utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade, (5) identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos, (6) utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de de volumes em situações reais, (7) efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de resultados e (8) estimular a compreensão das relações entre geometria e álgebra.

QUANDO USAR?

Sugerimos que a atividade seja usada depois da apresentação da teoria de volumes e áreas em geometria espacial. A atividade também pode ser aplicada no final do primeiro ano do ensino médio, pois isto propiciará uma oportunidade para o aluno usar as várias funções elementares que ele estudou ao longo do período letivo para criar sólidos de revolução com diferentes formatos.

COMO USAR?

Decidir como usar o computador é uma questão que depende de alguns fatores: número de alunos na turma, número de computadores disponíveis no laboratório de informática e tempo disponível em sala de aula. Em virtude disto, vamos sugerir três estratégias de uso desta atividade:

1. Como um exercício extraclasse.

   Nesta modalidade, você pode propor a atividade para seus alunos como um dever de casa (valendo um ponto extra), para ser realizado fora do tempo de sala de aula, isto é, em um horário livre no laboratório da escola ou na própria casa do aluno, caso ele possua um computador. Você pode definir um prazo pré-determinado para a realização da atividade (por exemplo, uma semana). Achamos que não é preciso que você explique o funcionamento do *software* da atividade, pois incluímos uma animação ilustrando todos os seus recursos. Naturalmente, no decorrer do prazo do dever de casa, você poderá tirar dúvidas eventuais de seus alunos.

Para tornar o trabalho mais orientado e focado, recomendamos fortemente que o dever de casa seja conduzido através de algumas questões que os alunos deverão estudar com o auxílio do *software* da atividade. O *formulário de acompanhamento do aluno*, apresentado mais embaixo, sugere vários exercícios. Este formulário também será útil como instrumento para uma discussão posterior em sala de aula (quando da devolução do formulário) e fornecerá subsídios para uma possível avaliação.

2. Em sala de aula com um projetor multimídia (*datashow*)

   Se você tiver acesso a um projetor multimídia (*datashow*) ou a um computador ligado na TV, você poderá usar o *software* desta atividade em sala de aula para, por exemplo, ao invés de desenhar os poliedros no quadro, exibi-los e manipulá-los através do computador. Se houver tempo, mesmo alguns exercícios do *formulário de acompanhamento do aluno* poderão ser resolvidos em sala de aula sob sua orientação.

3. Como uma atividade de laboratório sob a supervisão do professor.

   A grande vantagem desta modalidade é que você poderá acompanhar de perto como os seus alunos estão interagindo com o computador. Sugerimos que você apresente o jogo aos alunos, resolvendo um dos desafios como exemplo e, a partir daí, deixe-os brincar livremente, intervindo apenas quando necessário.

Principalmente nas modalidades 1 e 3, *recomendamos fortemente* que o aluno preencha algum tipo de questionário de acompanhamento, para avaliação posterior. Sugerimos o seguinte modelo (sinta-se livre para modificá-lo de acordo com suas necessidades):

ssr-aluno.rtf.

Este formulário de acompanhamento do aluno também estará acessível na página principal da atividade através do seguinte ícone:

.

As respostas dos questionamentos propostos neste formulário não estão incluídas com a atividade, mas elas podem ser solicitadas através do e-mail conteudosdigitais@im.uff.br.

OBSERVAÇÕES METODOLÓGICAS

Relatos de experiências (comprovados em nossos testes) mostram que os alunos têm forte resistência em preencher o formulário de acompanhamento. Mais ainda: estes relatos mostram que, frequentemente, os alunos conseguem argumentar corretamente de forma verbal, mas enfrentam dificuldades ao fazer o registro escrito de suas ideias.

Mesmo com as reclamações e resistência dos alunos, nossa sugestão é que você, professor, insista no preenchimento do formulário. Afinal, por vários motivos, é muito importante que o aluno adquira a habilidade de redigir corretamente um texto matemático que possa ser compreendido por outras pessoas.

OBSERVAÇÕES TÉCNICAS

A atividade pode ser acessada usando a internet, através do link http://www.uff.br/cdme/ssr/ (endereço alternativo: http://www.cdme.im-uff.mat.br/ssr/). Se você preferir, solicite que o responsável pelo laboratório da escola instale a atividade para acesso *offline*, isto é, sem a necessidade de conexão com a internet.

O jogo pode ser executado em qualquer sistema operacional: Windows, Linux e Mac OS. Porém, para executá-lo, é preciso que o computador tenha a linguagem JAVA instalada. A instalação da linguagem JAVA pode ser feita seguindo as orientações disponíveis no seguinte link http://www.java.com/pt_BR/.

Atenção: se você estiver usando a atividade *offline* através de uma cópia local em seu computador, é importante que os arquivos não estejam em um diretório cujo nome contenha acentos ou espaços.

Importante: algumas distribuições Linux vêm com o interpretador JAVA *GCJ Web Plugin* que não é compatível com o applet da atividade. Neste caso, recomendamos que você solicite ao responsável pelo laboratório da escola que instale o interpretador nativo da Sun, disponível no link http://www.java.com/pt_BR/.

Acessibilidade: a partir da Versão 2 do Firefox e da Versão 8 do Internet Explorer, é possível usar as combinações de teclas indicadas na tabela abaixo para ampliar ou reduzir uma página da internet, o que permite configurar estes navegadores para uma leitura mais agradável.

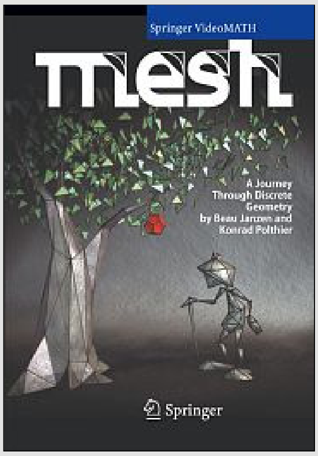
Combinação de Teclas	**Efeito**
Ctrl + +	Ampliar
Ctrl + -	Reduzir
Ctrl + 0	Voltar para a configuração inicial

Vantagens deste esquema: (1) além de áreas de texto, este sistema de teclas amplia também figuras e aplicativos FLASH e (2) o sistema funciona para qualquer página da internet, mesmo para aquelas sem uma programação nativa de acessibilidade.

DICAS

1. [Lima, Carvalho, Wagner e Morgado, 2006] apresentam os dois teoremas de Pappus que estabelecem fórmulas para o volume e a área de um sólido de revolução a partir dos centros de gravidade da geratriz e de sua fronteira (bordo).

2. O Capítulo "*Discrete Measurements*" do filme *MESH: A Journey Through Discrete Geometry* (Springer VideoMATH) de Beau Janzen e Konrad Polthier apresenta uma animação abordando como discretizações podem ser usadas para se calcular áreas e volumes e de algumas dificuldades desta metodologia (como ilustra a lanterna de Schwarz).



3. Para incluir uma superfície de revolução gerada pelo *software* da atividade no Microsoft Word, você pode proceder como se segue: (a) pressione a tecla "**PRINT SCRN**" (isto irá capturar a tela do seu computador) (b) abra o programa *Paint* do Windows e, então, mantendo a tecla "**CTRL**" pressionada, pressione a tecla "**v**" (isto irá colar o desenho da tela no *Paint*), (c) recorte o desenho da superfície de revolução no *Paint* (existe uma ferramenta que faz isto), (d) salve a figura e inclua-a no Microsoft Word.

4. Para **imprimir** a superfície de revolução, dê um clique rápido na área onde a superfície está desenhada (para que ela ganhe o foco) e, então, mantendo a tecla "**CTRL**" pressionada, pressione a tecla "**p**". Uma janela aparecerá solicitando permissão para a impressão. Ative a opção que diz "permitir sempre" ("*always allow*"), confirme e pronto!

QUESTÕES PARA DISCUSSÃO APÓS A REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE

Sugerimos fortemente que seja feita uma discussão com os alunos após a realização da tarefa. Se você optou por levá-los ao laboratório, isto pode ser feito no próprio laboratório, logo após o término da atividade. Se você optou por um exercício extraclasse, a discussão pode ser feita quando da devolução do questionário. Esta discussão pode incluir as diferentes estratégias de solução dos exercícios adotada por cada aluno, a comparação das respostas dos alunos, as dificuldades encontradas na realização dos exercícios, a ênfase em propriedades e resultados importantes, as informações suplementares, etc.

AVALIAÇÃO

Como instrumento de avaliação, sugerimos que você peça para os alunos elaborarem um relatório descrevendo as perguntas e respostas apresentadas na discussão em sala de aula. Nesse relatório, o professor poderá avaliar as capacidades de compreensão, argumentação e organização do aluno. Recomendamos que o questionário preenchido durante a realização da atividade seja anexado ao relatório.

REFERÊNCIAS

Hämmerlin, G.; Hoffmann, K.-H. *Numerical Mathematics*. Undergraduate Texts in Mathematics/Readings in Mathematics, Springer-Verlag, 1991.

Henn, H.-W. *The Volume of A Barrel*. Teaching Mathematics and Its Applications, vol. 14, n. 2, pp. 61-66, 1995.

Hilbert, D.; Cohn-Vossen, S. *Geometry and The Imagination*. Chelsea Publishing Company, 1990.

Hoffmann, C. M. *Geometric and Solid Modeling: An Introduction*. Morgan Kaufmann Publishers, 1989.

Kang, C. X.; Yi, E. *Disk versus Frustum*. Texas College Mathematics Journal, vol. 4, n. 2, pp. 13-20, 2007.

Lima, E. L.; Carvalho, P. C. P.; Wagner, E.; Morgado, A. C. *A Matemática do Ensino Médio*. Volume 2. Sociedade Brasileira de Matemática, Coleção do Professor de Matemática, 2006.

Pitlyk, M. *Johannes Kepler's Influence on the Development of Calculus*. Honor Thesis, Honors Bachelor of Arts Program, Xavier University, 2006.

Sigmund, K. *Kepler in Eferding*. The Mathematical Intelligencer, vol. 23, n. 2, pp. 47-51, 2001.

Simmons, G. F. *Calculus Gems – Brief Lives and Memorable Mathematics*. McGraw-Hill, Inc., 1992.

Williams, M. R. *Survey Calculations*. ACM SIGCSE Bulletin, COLUMN: Reflections, vol. 36, n. 4, pp. 12-13, 2004.

[Clique aqui para voltar para a página principal!]

Dúvidas? Sugestões? Nós damos suporte! Contacte-nos pelo e-mail:
conteudosdigitais@im.uff.br.

Anexo

Formulário de Acompanhamento do Aluno

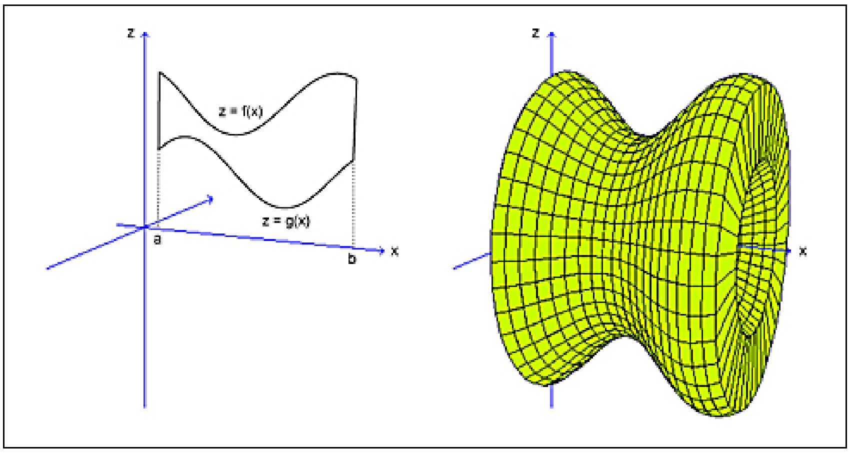
Atividade: superfícies e sólidos de revolução

Aluno(a): ____ **Turma:** ______

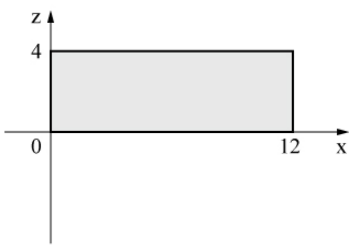
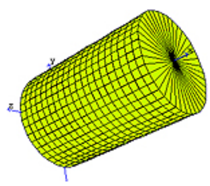
Professor(a): ____

PARTE 1

A partir de duas funções *f* e *g* e de dois números reais *a* e *b*, considere a região *R* formada pelos pontos (x, z) no plano *xz* que satisfazem as condições: *x* está entre *a* e *b* e *z* está entre $f(x)$ e $g(x)$ (veja a figura abaixo). Esta região, ao ser girada em torno do eixo *x*, define um *sólido de revolução*. A *superfície de revolução* correspondente é definida girando-se apenas a fronteira da região *R*.

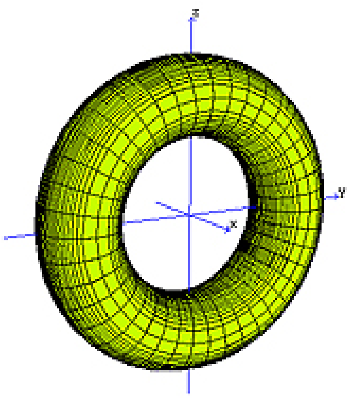


[01] No aplicativo da Parte 1 da Atividade, digite as expressões para as funções *f* e *g* e os valores dos números *a* e *b* indicados na tabela abaixo e identifique a superfície de revolução correspondente. Não esqueça de, após digitar os dados, pressionar o botão “Atualizar!” do aplicativo. Pergunta: existe alguma diferença com relação às superfícies obtidas nos itens (f) e (g)? Observação: no item (i), talvez seja conveniente aumentar o valor do controle “Discretização 1” do aplicativo.

Item	f(x) =	g(x) =	a	b	Desenho da Região R	Figura e Descrição
(a)	4	0	0	12		 tronco de cilindro circular reto
(b)	4	2	0	12		
(c)	x	0	0	12		

(d)	x	0	5	12		
(e)	x	2	5	12		
(f)	x	0	-6	6		
(g)	abs(x)	0	-6	6		
(h)	min(1, x/2)	0	0	10		
(i)	sqrt(4 - x^2)	0	-2	2		

[02] Um *toro* é uma superfície de revolução gerada pela rotação de um círculo em torno de um eixo de seu plano que não intercepta o círculo.



Indique expressões para as funções f e g e valores dos números a e b para os quais a superfície de revolução correspondente seja um toro.

[03] Indique expressões para as funções f e g e valores dos números a e b para os quais a superfície de revolução correspondente aproxime o formato do módulo de comando e serviço Apollo. Dica: use o comando “se” para descrever uma função definida por partes.

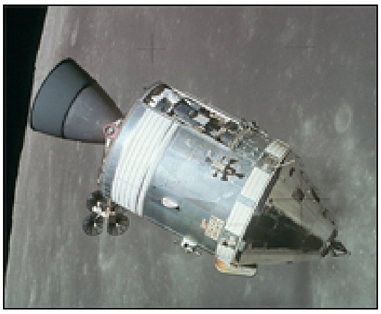


Foto: Wikimedia Commons.

[04] Indique expressões para as funções f e g e valores dos números a e b para os quais a superfície de revolução correspondente aproxime o formato de um bolo de dois andares. Depois, tente modificar os parâmetros para aproximar bolos com mais andares! Dica: use combinações do comando “se” para descrever uma função definida por partes.

Foto: Flickr.

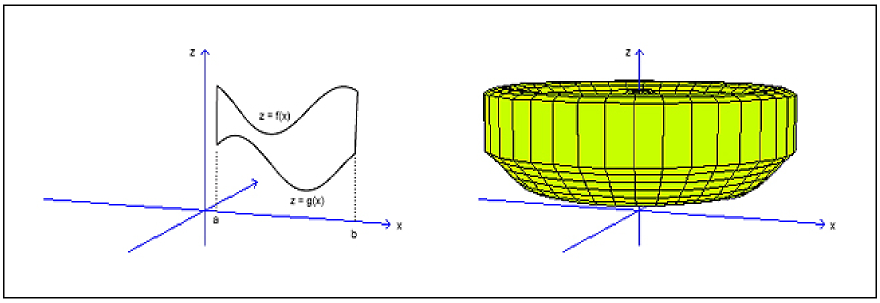
[05] Indique expressões para as funções f e g e valores dos números a e b para os quais a superfície de revolução correspondente aproxime o formato de um carretel de linha. Dica: use combinações do comando “se” para descrever uma função definida por partes.

Foto: Flickr.

[06] Discretizações de superfícies de revolução produzem objetos interessantes. Por exemplo, no aplicativo da Parte 1 da atividade, pressione a tecla F5 (para reiniciar o aplicativo) e, então, diminua o valor do controle "Discretização 2" para 4 ou 3. Alguns suportes de madeira são construídos seguindo estes formatos.

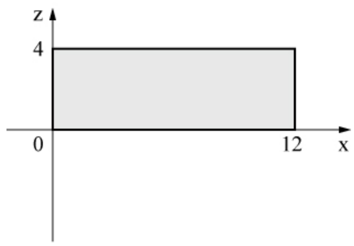
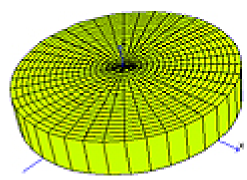
PARTE 2

A partir de duas funções *f* e *g* e de dois números reais *a* e *b*, considere a região *R* formada pelos pontos (x, z) no plano *xz* que satisfazem as condições: *x* está entre *a* e *b* e *z* está entre $f(x)$ e $g(x)$ (veja a figura abaixo). Esta região, ao ser girada em torno do eixo *z*, define um *sólido de revolução*. A *superfície de revolução* correspondente é definida girando-se apenas a fronteira da região *R*.



Importante: note que, agora, a região *R* é girada em torno do eixo *z*!

[01] No aplicativo da Parte 2 da atividade, digite as expressões para as funções *f* e *g* e os valores dos números *a* e *b* indicados na tabela abaixo e identifique a superfície de revolução correspondente. Não esqueça de, após digitar os dados, pressionar o botão "Atualizar!" do aplicativo. Compare as superfícies obtidas no Exercício [01] da Parte 1, onde a região *R* é girada em torno do eixo *x*.

Item	f(x) =	g(x) =	a	b	Desenho da Região R	Figura e Descrição
(a)	4	0	0	12		 tronco de cilindro circular reto
(b)	4	2	0	12		
(c)	x	0	0	12		
(d)	x	0	5	12		

(e)	x	2	5	12		
(f)	x	0	-6	6		

[02] Para gerar uma superfície de revolução cujo formato lembra um *sombrero* (chapéu mexicano) , no aplicativo da Parte 2 da atividade, forneça os seguintes valores:

f(x) = 12 cos(x^2/4)/(3+x^2), g(x) = 12 cos(x^2/4)/(3+x^2) - 0.1,   a = 0   e   b = 4.7.

[03] Para gerar uma superfície de revolução cujo formato lembra as ondas geradas pela queda de uma gota d'água em uma vasilha, no aplicativo da Parte 2 da atividade, forneça os seguintes valores:

f(x) = exp(-x/4) sen(3 x), g(x) = max(-4, x - 2 pi),   a = 0   e   b = 2 pi.

Para obter um efeito melhor, esconda as malhas de f, g, a e b e habilite a iluminação direcionada. Mude então a cor da parte f para azul.

Foto: Flickr.

[04] É possível, com o aplicativo da Parte 1 da atividade, obter a mesma superfície de revolução descrita no exercício anterior? Lembre-se que, na Parte 1, a região *R* é girada em torno do eixo *x*, enquanto que, na Parte 2, a região *R* é girada em torno do eixo *z*.

PARTE 3 E PARTE 4

[01] Para cada um dos sólidos indicados abaixo, use os aplicativos das Partes 3 e 4 para calcular aproximações de seu volume. Compare as aproximações obtidas com o método do disco e o método dos troncos de cone com o valor exato do volume (configure o aplicativo para usar 70 discos/70 troncos de cone). Dica: você pode fazer a comparação entre os dois métodos usando apenas o aplicativo da Parte 3: dê um clique rápido no sólido e, então, pressione a tecla '5' (cinco) para alternar entre os dois métodos.

Sólido	f(x) =	a =	b =	Aproximação pelo Método dos Discos	Aproximação pelo Método dos Troncos de Cone	Volume Exato
Esfera Unitária	sqrt(1-x^2)	-1	1			
Tronco de Cilindro	1	0	1			
Tronco de Cone 1	x	0	1			
Tronco de Cone 2	x	1	2			

[02] Use o aplicativo da Parte 3 para calcular aproximações do volume do recipiente gerado por

f(x) = se(x < 7.2, 0.0029827 x^5 - 0.0540360 x^4 + 0.3309865 x^3 - 0.78573002 x^2 + 0.5593250 x + 1.2221938, 0.66),
a = 0   e   b = 8.

Configure o aplicativo para usar 70 discos/70 troncos de cone. Dica 1: lembre-se que, no aplicativo, a tecla ‘5’ (cinco) alterna entre os dois métodos. Dica 2: copie e cole os dados acima no aplicativo da atividade (assim, você não precisa digitá-los!).

[03] Use o aplicativo da Parte 3 para calcular aproximações do volume do recipiente gerado por

f(x) = se(x < 4.75, min(1.5, 0.6 x^2 - 3.93 x + 7.54), -0.35 x + 3.15),   a = 0   e   b = 6.25.

Configure o aplicativo para usar 70 discos/70 troncos de cone. Dica 1: lembre-se que, no aplicativo, a tecla ‘5’ (cinco) alterna entre os dois métodos. Dica 2: copie e cole os dados acima no aplicativo da atividade (assim, você não precisa digitá-los!).

PARTE 5

No aplicativo da Parte 5 da atividade, você pode criar livremente superfícies de revolução modificando um caminho poligonal que define o perfil da superfície (escolha o número de pontos e, então, clique e arraste os pontos azuis). Você ainda pode carregar uma imagem e, fazendo ajustes no caminho poligonal, obter um esboço de uma versão 3D do objeto que está sendo exibido na foto.