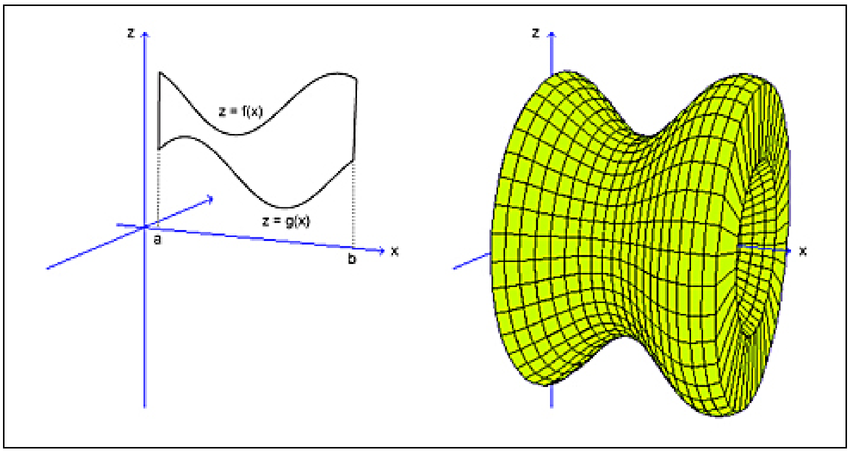
Atividade: superfícies e sólidos de revolução

Aluno(a): ____ **Turma:** ______

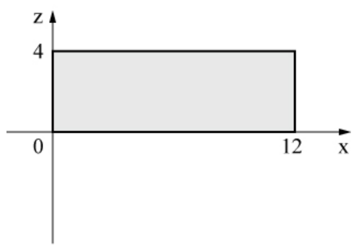
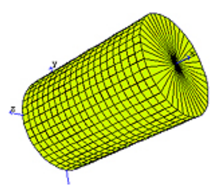
Professor(a): ____

PARTE 1

A partir de duas funções f e g e de dois números reais a e b, considere a região R formada pelos pontos (x, z) no plano xz que satisfazem as condições: x está entre a e b e z está entre $f(x)$ e $g(x)$ (veja a figura abaixo). Esta região, ao ser girada em torno do eixo x, define um *sólido de revolução*. A *superfície de revolução* correspondente é definida girando-se apenas a fronteira da região R.

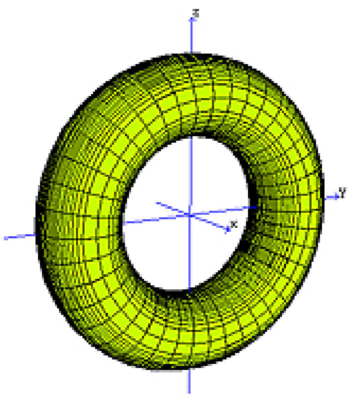


[01] No aplicativo da Parte 1 da Atividade, digite as expressões para as funções f e g e os valores dos números a e b indicados na tabela abaixo e identifique a superfície de revolução correspondente. Não esqueça de, após digitar os dados, pressionar o botão “Atualizar!” do aplicativo. Pergunta: existe alguma diferença com relação às superfícies obtidas nos itens (f) e (g)? Observação: no item (i), talvez seja conveniente aumentar o valor do controle “Discretização 1” do aplicativo.

Item	f(x) =	g(x) =	a	b	Desenho da Região R	Figura e Descrição
(a)	4	0	0	12		 tronco de cilindro circular reto
(b)	4	2	0	12		
(c)	x	0	0	12		

(d)	x	0	5	12		
(e)	x	2	5	12		
(f)	x	0	-6	6		
(g)	abs(x)	0	-6	6		
(h)	min(1, x/2)	0	0	10		
(i)	sqrt(4 - x^2)	0	-2	2		

[02] Um *toro* é uma superfície de revolução gerada pela rotação de um círculo em torno de um eixo de seu plano que não intercepta o círculo.



Indique expressões para as funções f e g e valores dos números a e b para os quais a superfície de revolução correspondente seja um toro.

[03] Indique expressões para as funções f e g e valores dos números a e b para os quais a superfície de revolução correspondente aproxime o formato do módulo de comando e serviço Apollo. Dica: use o comando "se" para descrever uma função definida por partes.

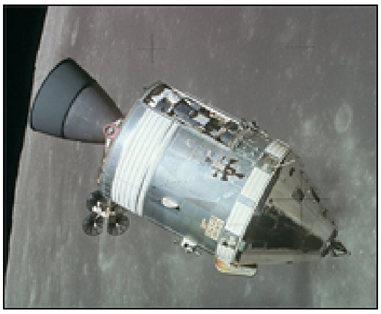


Foto: Wikimedia Commons.

[04] Indique expressões para as funções f e g e valores dos números a e b para os quais a superfície de revolução correspondente aproxime o formato de um bolo de dois andares. Depois, tente modificar os parâmetros para aproximar bolos com mais andares! Dica: use combinações do comando "se" para descrever uma função definida por partes.

Foto: Flickr.

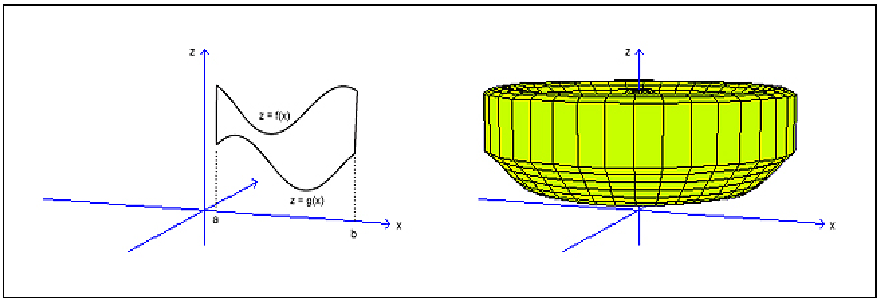
[05] Indique expressões para as funções f e g e valores dos números a e b para os quais a superfície de revolução correspondente aproxime o formato de um carretel de linha. Dica: use combinações do comando "se" para descrever uma função definida por partes.

Foto: Flickr.

[06] Discretizações de superfícies de revolução produzem objetos interessantes. Por exemplo, no aplicativo da Parte 1 da atividade, pressione a tecla F5 (para reiniciar o aplicativo) e, então, diminua o valor do controle "Discretização 2" para 4 ou 3. Alguns suportes de madeira são construídos seguindo estes formatos.

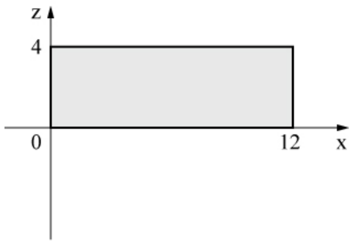
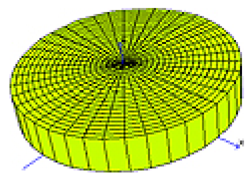
PARTE 2

A partir de duas funções *f* e *g* e de dois números reais *a* e *b*, considere a região *R* formada pelos pontos (x, z) no plano *xz* que satisfazem as condições: x está entre *a* e *b* e z está entre $f(x)$ e $g(x)$ (veja a figura abaixo). Esta região, ao ser girada em torno do eixo *z*, define um *sólido de revolução*. A *superfície de revolução* correspondente é definida girando-se apenas a fronteira da região *R*.



Importante: note que, agora, a região *R* é girada em torno do eixo *z*!

[01] No aplicativo da Parte 2 da atividade, digite as expressões para as funções *f* e *g* e os valores dos números *a* e *b* indicados na tabela abaixo e identifique a superfície de revolução correspondente. Não esqueça de, após digitar os dados, pressionar o botão "Atualizar!" do aplicativo. Compare as superfícies obtidas no Exercício [01] da Parte 1, onde a região *R* é girada em torno do eixo *x*.

Item	f(x) =	g(x) =	a	b	Desenho da Região R	Figura e Descrição
(a)	4	0	0	12		 tronco de cilindro circular reto
(b)	4	2	0	12		
(c)	x	0	0	12		
(d)	x	0	5	12		

(e)	x	2	5	12		
(f)	x	0	-6	6		

[02] Para gerar uma superfície de revolução cujo formato lembra um *sombrero* (chapéu mexicano) , no aplicativo da Parte 2 da atividade, forneça os seguintes valores:

f(x) = 12 cos(x^2/4)/(3+x^2), g(x) = 12 cos(x^2/4)/(3+x^2) - 0.1, a = 0 e b = 4.7.

[03] Para gerar uma superfície de revolução cujo formato lembra as ondas geradas pela queda de uma gota d'água em uma vasilha, no aplicativo da Parte 2 da atividade, forneça os seguintes valores:

f(x) = exp(-x/4) sen(3 x), g(x) = max(-4, x - 2 pi), a = 0 e b = 2 pi.

Para obter um efeito melhor, esconda as malhas de f, g, a e b e habilite a iluminação direcionada. Mude então a cor da parte f para azul.

Foto: Flickr.

[04] É possível, com o aplicativo da Parte 1 da atividade, obter a mesma superfície de revolução descrita no exercício anterior? Lembre-se que, na Parte 1, a região *R* é girada em torno do eixo *x*, enquanto que, na Parte 2, a região *R* é girada em torno do eixo *z*.

PARTE 3 E PARTE 4

[01] Para cada um dos sólidos indicados abaixo, use os aplicativos das Partes 3 e 4 para calcular aproximações de seu volume. Compare as aproximações obtidas com o método do disco e o método dos troncos de cone com o valor exato do volume (configure o aplicativo para usar 70 discos/70 troncos de cone). Dica: você pode fazer a comparação entre os dois métodos usando apenas o aplicativo da Parte 3: dê um clique rápido no sólido e, então, pressione a tecla '5' (cinco) para alternar entre os dois métodos.

Sólido	f(x) =	a =	b =	Aproximação pelo Método dos Discos	Aproximação pelo Método dos Troncos de Cone	Volume Exato
Esfera Unitária	sqrt(1-x^2)	-1	1			
Tronco de Cilindro	1	0	1			
Tronco de Cone 1	x	0	1			
Tronco de Cone 2	x	1	2			

[02] Use o aplicativo da Parte 3 para calcular aproximações do volume do recipiente gerado por

f(x) = se(x < 7.2, 0.0029827 x^5 - 0.0540360 x^4 + 0.3309865 x^3 - 0.78573002 x^2 + 0.5593250 x + 1.2221938, 0.66),
a = 0 e b = 8.

Configure o aplicativo para usar 70 discos/70 troncos de cone. Dica 1: lembre-se que, no aplicativo, a tecla ‘5’ (cinco) alterna entre os dois métodos. Dica 2: copie e cole os dados acima no aplicativo da atividade (assim, você não precisa digitá-los!).

[03] Use o aplicativo da Parte 3 para calcular aproximações do volume do recipiente gerado por

f(x) = se(x < 4.75, min(1.5, 0.6 x^2 - 3.93 x + 7.54), -0.35 x + 3.15), a = 0 e b = 6.25.

Configure o aplicativo para usar 70 discos/70 troncos de cone. Dica 1: lembre-se que, no aplicativo, a tecla ‘5’ (cinco) alterna entre os dois métodos. Dica 2: copie e cole os dados acima no aplicativo da atividade (assim, você não precisa digitá-los!).

PARTE 5

No aplicativo da Parte 5 da atividade, você pode criar livremente superfícies de revolução modificando um caminho poligonal que define o perfil da superfície (escolha o número de pontos e, então, clique e arraste os pontos azuis). Você ainda pode carregar uma imagem e, fazendo ajustes no caminho poligonal, obter um esboço de uma versão 3D do objeto que está sendo exibido na foto.