Atividade: funções trigonométricas

Aluno(a): ____ **Turma:** ______

Professor(a): ____

PARTE 1

[01] Seja E: IR → C a função de Euler definida considerando-se medidas de ângulos em radianos.

(a) Calcule: E(0), E(π/2), E(π), E(3π/2), E(2π), E(π/4), E(π/6), E(π/3), E(−π/2), E(−π), E(−3π/2), E(−2π), E(−π/4), E(−π/6) e E(−π/3). Justifique sua resposta!

(b) Em quais quadrantes estão os pontos E(1), E(2), E(3) e E(4)?

[02] Seja G: IR → C a função de Euler definida considerando-se medidas de ângulos em graus.

(a) Calcule: G(0), G(90), G(180), G(270), G(360), G(45), G(30), G(60), G(−90), G(−180), G(−270), G(−360), G(−45), G(−30) e G(−60). Justifique sua resposta!

(b) Em quais quadrantes estão os pontos G(1), G(2), G(3) e G(4)?

[03] Seja E: IR → C a função de Euler definida considerando-se medidas de ângulos em radianos. Se, para um determinado número real t, E(t) = (15/17, 8/17), calcule E(−t), E(t + π), E(t + π/2), E(π/2 − t) e E(π − t).

PARTE 2

[01] Sejam sen: IR → IR e cos: IR → IR as funções seno e cosseno definidas considerando-se medidas de ângulos em radianos.

(a) Por que $(\cos(t))^2 + (\text{sen}(t))^2 = 1$ para todo t real?

(b) Calcule cos(0), cos(π/6), cos(π/4), cos(π/3), cos(π/2), cos(π), cos(3π/2) e cos(2π).

(c) Calcule sen(0), sen(π/6), sen(π/4), sen(π/3), sen(π/2), sen(π), sen(3π/2) e sen(2π).

(d) Em quais intervalos a função sen é crescente? Em quais intervalos ela é decrescente?

(e) Em quais intervalos a função cos é crescente? Em quais intervalos ela é decrescente?

(f) Por que cos(−t) = cos(t) para todo t real? Isto mostra que cos é função par.

(g) Por que sen(−t) = −sen(t) para todo t real? Isto mostra que sen é função ímpar.

(h) Por que cos(t + 2 π) = cos(t) para todo t real? Isto mostra que cos é uma função periódica.

(i) Por que sen(t + 2 π) = sen(t) para todo t real? Isto mostra que cos é uma função periódica.

[02] Sejam sen: IR → IR e cos: IR → IR as funções seno e cosseno definidas considerando-se medidas de ângulos em graus.

(a) Calcule cos(0), cos(30), cos(45), cos(60), cos(90), cos(180), cos(280) e cos(360).

(b) Calcule sen(0), sen(30), sen(45), sen(60), sen(90), sen(180), sen(280) e sen(360).

(c) Calcule cos(1935), sen(1935), cos(3000) e sen(3000).

(d) Por que cos(t + 360) = cos(t) para todo t real? Isto mostra que cos é uma função periódica.

(e) Por que sen(t + 360) = sen(t) para todo t real? Isto mostra que sen é uma função periódica.

[03] Na Parte 2 da atividade são apresentados aplicativos interativos que ilustram as definições das funções seno e cosseno considerando-se as medidas de ângulos em radianos e graus, respectivamente. Para o caso das funções seno e cosseno definidas usando medidas de ângulos em radianos, todos os gráficos estão desenhados usando-se uma mesma escala para todos os eixos coordenados. O mesmo acontece para os gráficos das funções seno e cosseno definidas usando-se medidas de ângulos em graus?

PARTE 3

[01] Usando o aplicativo da Parte 3 da atividade, escreva os 10 primeiros dígitos da expansão decimal de sen(1) (lembre-se: aqui 1 indica a medida de um ângulo em radianos).

[02] Qual número é maior: sen(1.57) ou sen(1.59) (lembre-se: aqui 1.57 e 1.59 indicam medidas de ângulos em radianos)?

PARTE 4

[01] Usando o aplicativo da Parte 4 da atividade, escreva os 10 primeiros dígitos da expansão decimal de sen(1) (lembre-se: aqui 1 indica a medida de um ângulo em graus).

[02] Um dos valores da tabela trigonométrica apresentada por Johann Heinrich Lambert em sua obra *Algebraische Formeln für die Sinus von drey zu drey Graden* está errado. Você consegue descobrir qual é este valor?

[03] Na seção "Informações Suplementares" da Parte 4 da atividade, o seguinte resultado foi apresentado e demonstrado: se s (considerado como uma medida de ângulos em *graus*) e sen(s) são números racionais, então sen(s) pertence ao conjunto $V = \{-1, -1/2, 0, 1/2, 1\}$. Enuncie e justifique o resultado equivalente para sen(t), onde t é uma medida de ângulos em *radianos*.

[04] (Opcional) A partir dos valores exatos de seno e cosseno calculados em 0, 18, 30, 45, 60 e 90 (números que indicam medidas em graus), calcule os valores de sen(s) para s múltiplo inteiro de 3.

[05] Na Parte 3 da atividade, todos os gráficos são desenhados usando-se uma mesma escala para todos os eixos coordenados. O mesmo acontece para os gráficos da Parte 4?

PARTE 5

[01] Usando o aplicativo da Parte 5 da atividade, escreva os 10 primeiros dígitos da expansão decimal de cos(1) (lembre-se: aqui 1 indica a medida de um ângulo em radianos).

[02] Qual número é maior: cos(12.57) ou cos(12.58) (lembre-se: aqui 12.58 e 12.58 indicam medidas de ângulos em radianos)?

PARTE 6

[01] Usando o aplicativo da Parte 6 da atividade, escreva os 10 primeiros dígitos da expansão decimal de cos(1) (lembre-se: aqui 1 indica a medida de um ângulo em graus).

[02] Na seção "Informações Suplementares" da Parte 4 da atividade, o seguinte resultado foi apresentado e demonstrado: para todo número racional s (considerado como uma medida de ângulos em *graus*), cos(s) pertence ao conjunto $V = \{-1, -1/2, 0, 1/2, 1\}$. Enuncie e justifique o resultado equivalente para cos(t), onde t é uma medida de ângulos em *radianos*.

PARTE 8

Observação: todos os eixos apresentados no *software* desta parte usam uma mesma escala.

[01] Deixe ativas apenas as opções "cosseno", "seno" e "tangente" no *software* da atividade. Explique por que a posição do ponto T no eixo vertical com origem no ponto A é igual a tg(θ).

[02] Deixe ativas apenas as opções "cosseno" e "secante" no *software* da atividade. Explique por que a posição do ponto V no eixo x é igual a sec(θ). Nota: a reta PV é perpendicular ao segmento OP.

[03] Deixe ativas apenas as opções "seno" e "cossecante" no *software* da atividade. Explique por que a posição do ponto W no eixo u é igual a cossec(θ). Nota: a reta PW é perpendicular ao segmento OP.

[04] Deixe ativas apenas as opções "cosseno", "seno" e "cotangente" no *software* da atividade. Explique por que a posição do ponto U no eixo horizontal com origem no ponto B é igual a cotg(θ).

PARTE 9

[01] O *software* da Parte 9 exibe um cilindro circular reto cortado por um plano. Ele é interativo: clique e arraste o cilindro para observá-lo de posições diferentes. **Pergunta 1:** o que é a curva vermelha resultante da interseção do plano com o cilindro? Suponha agora que o cilindro seja feito de papel e que você tenha marcado (desenhado) sobre sua superfície esta curva vermelha. **Pergunta 2:** se você cortar o cilindro seguindo a direção de seu eixo, abri-lo e, então, colocá-lo sobre uma mesa plana, a curva vermelha que você desenhou terá qual forma?